

На правах рукописи



ДМИТРИЕВ Иван Алексеевич

**РАЗВИТИЕ МЕТОДОВ ЭКВИВАЛЕНТНЫХ ЗАРЯДОВ И
ЗЕРКАЛЬНЫХ ИЗОБРАЖЕНИЙ ДЛЯ РАСЧЕТА ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ
ПОЛЕЙ С УЧЕТОМ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ И МАГНИТНЫХ СВОЙСТВ
РЕАЛЬНЫХ СРЕД**

Специальность: 01.04.03 – Радиофизика

АВТОРЕФЕРАТ

диссертации на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук

Казань – 2013

Работа выполнена на кафедре радиофизики Института физики
ФГАОУ ВПО «Казанский (Приволжский) федеральный университет»

Научный руководитель: Белашов Василий Юрьевич
доктор физико-математических наук, профессор,
ФГАОУ ВПО «Казанский (Приволжский)
федеральный университет», Институт физики,
профессор кафедры радиофизики

Официальные оппоненты: Седельников Юрий Евгеньевич
доктор технических наук, профессор,
ФГБОУ ВПО КНИТУ им. А.Н. Туполева – КАИ,
Институт радиоэлектроники и телекоммуникаций,
профессор кафедры радиоэлектронных
и телекоммуникационных систем

Наумов Анатолий Алексеевич
доктор физико-математических наук, профессор,
ФГБОУ ВПО «Казанский государственный энер-
гетический университет, зав. кафедрой «Теорети-
ческие основы электротехники»

Ведущая организация: Федеральное государственное бюджетное учреж-
дение науки Институт земного магнетизма, ионо-
сферы и распространения радиоволн им. Н.В.
Пушкова РАН

Защита состоится 30 декабря 2013 г. в 14 час 30 мин на заседании Диссер-
тационного совета Д 212.081.18 в ФГАОУ ВПО «Казанский (Приволжский) фе-
деральный университет» по адресу: 420008, г. Казань, ул. Кремлёвская, 16а,
Институт физики, ауд. 210.

С диссертацией можно ознакомиться в научной библиотеке им. Н.И. Лоба-
чевского ФГАОУ ВПО «Казанский (Приволжский) федеральный университет».

Автореферат разослан 29 ноября 2013 г.

Учёный секретарь диссертационного совета
канд. физ.-мат. наук



Акчурин А.Д.

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Актуальность темы исследования. Одним из этапов разработки радиотехнического и электротехнического оборудования является расчет электромагнитного поля (ЭМП) и оптимизация на его основе полеобразующей системы. Такие расчеты наглядно показывают влияние какого-либо фактора среды или объекта на результирующую напряжённость поля в данной точке пространства в данный момент времени. На основании расчетных оценок значительно проще далее выполнить анализ и предпринять уже на этапе проектирования необходимые меры по устранению будущих проблем. Помимо этого, оценка характера влияния ЭМП на биологические объекты, а это связано с вопросами безопасности жизнедеятельности, возможна во многом благодаря выполняемым расчётам, поскольку прямые измерения в таких случаях не всегда возможны и/или целесообразны. В известных и широко распространенных методах расчета, таких, например, как стандартные метод эквивалентных зарядов (МЭЗ) и метод зеркальных изображений (МЗИ) существуют весьма сильные ограничения на рассматриваемые классы задач, более того, в них отсутствуют возможности расчета ЭМП в широком частотном диапазоне и учета электрических и магнитных свойств реальных сред, которые в определенном смысле рассматриваются как идеальные. Использование прямых методов решения граничных задач на основе полной системы уравнений Максвелла представляет для реальных объектов и физических сред существенные трудности и весьма затратно, что чаще всего совершенно неоправданно. Все это определяет актуальность развития методов расчета ЭМП, как аналитических, так и численных, в том числе и путем модификации известных методов. Успешной реализации таких методов способствует и то, что широкое распространение вычислительной техники и наличие современных компьютерных технологий способствуют тому, что такие расчёты будут оперативными.

Анализ результатов всех предшествующих исследований показывает, что наиболее перспективным методом расчета электрических полей был и остается метод эквивалентных зарядов. Он выигрывает у наиболее распространенного метода расчета – метода конечных элементов, как по быстродействию, так и потребности в оперативной памяти компьютера. Однако МЭЗ, в контексте рассматриваемой проблематики, имеет существенный недостаток: он не пригоден для расчета магнитных полей. В связи с этим *актуальной* является задача разработки модификации МЭЗ, пригодной для расчета как электрических, так и стационарных магнитных полей. Идея расчета магнитных полей методом эквивалентных зарядов была выдвинута ещё в начале 80-х годов прошлого века [1], когда была предпринята первая попытка создания “алгоритма расчёта, аналогичного применяемому в методе эквивалентных зарядов” [2]. Основную трудность на этом пути представлял тот факт, что в природе не существует магнитных зарядов и в качестве вторичных источников поля было предложено использовать магнитные диполи [3], а интенсивность поля этих диполей находить из граничных условий. Однако область применения такого подхода оказалась

весьма узкой: стационарные электрические и магнитные поля, и переменное ЭМП в ближней зоне. Для выхода из данной ситуации в работе [4] было предложено использовать в качестве вторичных источников 7 элементов, расположенных в бесконечно малом объеме: переменный электрический заряд, 3 элементарных электрических вибратора и 3 элементарных магнитных вибратора. Однако получить граничные условия для вычисления параметров этих элементов оказалось невозможным в силу того, что МЗИ, на основе которого получают эти условия, имеет ограничения: он позволяет рассчитывать только переменные ЭМП на границах раздела «вакуум – идеальный проводник». Как следствие, *актуальной* стала задача модификации МЗИ, при помощи которой было бы возможно рассчитывать ЭМП во всем диапазоне частот, учитывая электрические и магнитные свойства сред: диэлектрическую и магнитную проницаемости, и электропроводность. Далее *актуальным* стало бы распространение результатов модификации МЗИ и на область стационарных ЭМП, что позволило бы установить сходимость метода с уже известными решениями и получить новые зависимости для расчета полей в реальных средах.

Представленные соображения обусловили предпринятый в диссертации подход к разработке методов расчета ЭМП.

Объектом исследования являются ЭМП широкого диапазона частот (от 0 Гц до верхней границы радиочастот) в реальных физических средах.

Предметом исследования являются методы расчета стационарных и переменных ЭМП в широком диапазоне частот с учетом электрических и магнитных свойств сред.

Целью работы является развитие методов расчета ЭМП в широком диапазоне частот на основе модификации и обобщения МЭЗ и МЗИ с учетом электрических и магнитных свойств реальных физических сред.

Решаемые задачи:

1. Разработка модифицированного МЭЗ для расчета стационарных магнитных полей и переменных магнитных полей в ближней зоне.
2. Модификация и развитие МЗИ для обеспечения возможности расчета ЭМП во всем диапазоне частот с учетом электрических и магнитных свойств реальных физических сред.
3. Разработка алгоритма вычисления поля, созданного отрезком проводника с током во всем диапазоне частот, ориентированного произвольно к границе раздела сред, и решение на его основе задачи вычисления поля и диаграммы направленности Х-образной антенны.
4. Адаптация разработанного модифицированного МЗИ на случай $\omega \rightarrow 0$ для расчета стационарных электрических и магнитных полей с учетом электрических и магнитных свойств реальных сред.

Научная новизна выполненных исследований заключается в следующем:

1. Разработан модифицированный метод эквивалентных зарядов, позволяющий в отличие от известного МЭЗ, рассчитывать стационарные магнитные поля и переменные магнитные поля в ближней зоне. Особенностью метода является использование трехмерного вторичного источника поля. Разработана

новая методика размещения вторичных источников, основанная на их равномерном распределении вдоль границ раздела сред. Для массива вторичных источников получены аналитические интегральные зависимости, что позволило существенно уменьшить время расчета.

2. Разработана модификация МЗИ для обеспечения возможности расчета ЭМП во всем диапазоне частот с учетом электрических и магнитных свойств реальных физических сред, особенностью которой является отсутствие точной геометрической привязки фиктивного тока (заряда), определяющего поле преломленной волны. Выполнена адаптация модифицированного МЗИ для расчета стационарных электрических и магнитных полей с учетом электрических и магнитных свойств реальных сред.

3. С помощью разработанного модифицированного МЗИ получены уравнения «преломления – отражения» в средах с произвольными значениями проводимости, диэлектрической и магнитной проницаемостей для сферической волны разной поляризации, созданной произвольно расположенным по отношению к границе раздела сред отрезком проводника с током.

4. Разработан алгоритм вычисления поля, созданного отрезком проводника с током во всем диапазоне частот, ориентированного произвольно к границе раздела сред.

Практическая значимость. Разработанный алгоритм численного расчета стационарных МП и переменных МП в ближней зоне позволяет создавать программное обеспечение, предназначенное для расчёта стационарных ЭМП и переменных ЭМП в ближней зоне различной конфигурации: плоскопараллельных и трёхмерных, в открытых и закрытых областях. Полученные уравнения «преломления – отражения» для сферической волны на плоской границе раздела сред с произвольными электрическими и магнитными свойствами позволяют получать точные аналитические решения для всех частот, включая $\omega=0$. Кроме этого, в будущем становится возможным развитие МЭЗ для расчета переменных ЭМП во всем диапазоне частот для реальных физических сред.

На защиту выносятся следующие положения:

1. Модифицированный МЭЗ для расчета стационарных магнитных полей и переменных магнитных полей в ближней зоне.

2. Модифицированный МЗИ с возможностью расчета ЭМП во всем диапазоне частот с учетом электрических и магнитных свойств реальных сред.

3. Уравнения «преломления – отражения» в средах с произвольными значениями проводимости, диэлектрической и магнитной проницаемостей для сферической волны разной поляризации на плоской границе раздела сред.

4. Модификация МЗИ для расчета стационарных электрических и магнитных полей с учетом электрических и магнитных свойств реальных сред.

Достоверность полученных результатов и обоснованность выводов диссертационной работы обеспечивается совпадением полученных в работе результатов с результатами известных теоретических и численно-модельных исследований других авторов для конкретных частных случаев. Достоверность также подтверждается использованием корректных, апробированных матема-

тических методов электродинамики.

Апробация работы. Основные результаты работы были опубликованы в российских реферируемых научных журналах, докладывались и обсуждались на 12-м Межвузовском научно-техническом семинаре научно-исследовательской лаборатории им. А.С. Фигурнова (Казань, 2000); конференции “Проблемы энергетики”, посвященной 80-летию плана ГОЭЛРО и созданию Казанского государственного энергетического университета (Казань, 2000); 13-й, 14-й Всероссийских межвузовских научно-технических конференциях “Внутрикамерные процессы в энергетических установках, струйная акустика, диагностика, экология” (Казань, 2001, 2002); Российском национальном симпозиуме по энергетике. (Казань, 2001), I-м форуме молодых ученых и специалистов республики Татарстан (Казань, 2001); Республиканском конкурсе научных работ студентов и аспирантов на соискание премии им. Н.И. Лобачевского. (Казань, 2002); 3-й Волжской региональной молодежной научной конференция «Радиофизические исследования природных сред и информационные системы» (Зеленодольск, 2010); XVII, XVIII региональных конференциях "Распространение радиоволн" (С.-Петербург, 2011, 2012); XXIII Всероссийской научной конференции «Распространение радиоволн» (Йошкар-Ола, 2011); VII Всероссийской научно-технической конференции «Приборостроение в XXI веке. Интеграция науки, образования и производства» (Ижевск, 2011).

Реализация результатов работы. Результаты диссертационной работы были внедрены в учебный процесс в Казанском государственном энергетическом университете, что подтверждено актом внедрения.

Публикации. Основное содержание диссертации изложено в 24 научных публикациях, включая 9 статей в ведущих научных изданиях, входящих в перечень ВАК, 2 материалов докладов международных конференций, 6 материалов докладов всероссийских конференций и 7 материалов докладов региональных конференций.

Личный вклад автора работы. Результаты, представленные в диссертации и публикациях, получены при непосредственном участии автора работы. Автор принимал участие в разработке модифицированных методов МЭЗ и МЗИ, разработках алгоритмов вычисления ЭМП на основе этих методов и их приложений к расчетам стационарных полей; в подготовке и написании статей и представлении докладов на конференциях. Уравнения «преломления – отражения» в средах с произвольными значениями проводимости, диэлектрической и магнитной проницаемостей для сферической волны разной поляризации на плоской границе раздела сред получены непосредственно автором.

Соответствие диссертации научной специальности.

Диссертация соответствует специальности 01.04.03 – Радиофизика. Представленные в ней результаты соответствуют п. 2 «Изучение линейных и нелинейных процессов излучения, распространения, дифракции, рассеяния, взаимодействия и трансформации волн в естественных и искусственных средах», п. 7 «Разработка теоретических и технических основ новых методов и систем связи, навигационных, активных и пассивных локационных систем, основанных на

использовании излучения и приема волновых полей различной физической природы и освоении новых частотных диапазонов».

Структура и объем работы. Диссертация состоит из введения, 4 глав и заключения, содержит 148 страниц машинописного текста, 68 рисунков, 97 наименований использованной литературы, в том числе 24 наименования работ автора, опубликованных по теме диссертации.

Сокращения. ЭМП – электромагнитное поле; ЭП – электрическое поле; МП – магнитное поле; МКР – метод конечных разностей; МЗИ – метод зеркальных изображений; МКЭ – метод конечных элементов; МЭЗ – метод эквивалентных зарядов.

ОСНОВНОЕ СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Во введении обосновывается актуальность, формулируются цель и задачи, научная новизна и практическая значимость проведенных исследований, приводится краткое содержание диссертации.

В первой главе приведен обзор литературы по аналитическим подходам и численным методам расчета ЭМП. Даны краткие описания МКР, МКЭ, МЭЗ, методов интегральных уравнений, контурных токов, волновой и геометрической оптики. Показаны преимущества и выявлены недостатки этих методов для различных задач расчета ЭМП. В частности установлено, что выбор того или иного метода основан на информации о соотношении длины волны ЭМП и размерах полеобразующей системы; дополнительные допущения, вводимые при этом в базовые методики с целью расширения их областей применения, приводят к росту неконтролируемой погрешности расчета. Сделан вывод о несомненных преимуществах МЭЗ перед всеми остальными методами расчета, поскольку он менее требователен к ресурсам вычислительной техники, а значит, с его помощью возможен расчет более сложных полеобразующих систем.

Во второй главе описывается разработанный в диссертации модифицированный МЭЗ для расчёта стационарных (пп. 2.1-2.4) и переменных МП в ближней зоне (п. 2.5).

Идея модификации МЭЗ применительно к расчету МП заключается в следующем: каждая область, в пределах которой среда однородна, рассматривается изолированно, а влияние объектов, искажающих поле в ней, как и источников поля, находящихся в других областях пространства, учитывается при помощи вторичных источников МП, расположенных вдоль границ раздела сред. Интенсивность поля, создаваемого вторичными источниками, определяется, исходя из граничных условий.

Выбору вида и положения вторичных источников в МЭЗ уделяется большое внимание, поскольку от этого зависит размер матрицы, потребной для решения системы линейных уравнений, и точность расчета. Предложен следующий механизм размещения этих источников: под участком поверхности раздела сред выбирается плоскость таким образом, чтобы нормаль к ней совпадала с нормалью к выбранному участку границы, который проецируется на плоскость. В дальнейшем эта проекция называется “эквивалентной площадкой”.

Силовая характеристика эквивалентной площадки получается следующим образом. За границей раздела рассматриваемой области выделяется бесконечно малый объём – куб со сторонами $\Delta x, \Delta y, \Delta z$, содержащий вторичный источник МП. Поле этого источника аппроксимируется полем трех взаимно перпендикулярных контуров с током. Компоненты вектора напряженности МП, создаваемого в пространстве системой однотипных контуров с током, вычисляются интегрированием вдоль поверхности площадки градиента скалярного потенциала контура с током. В зависимости от заданных пределов интегрирования получаются либо решения в плоскопараллельных полях $x \in (-\infty, +\infty)$, либо (если пределы интегрирования заданы константами) в трёхмерных полях. Окончательно, напряженность МП эквивалентной площадки определяется как

$$\mathbf{H} = \mathbf{H}(\mathbf{n}_x) + \mathbf{H}(\mathbf{n}_y) + \mathbf{H}(\mathbf{n}_z). \quad (1)$$

Получены силовые характеристики эквивалентной площадки при следующих условиях:

1) в плоскопараллельном поле для:

- кусочно-линейной аппроксимации токов по координатам: $i = i_0 + (\partial i / \partial y)y$;
- кусочно-постоянной аппроксимации токов по координатам;
- кусочно-линейной аппроксимации токов по координатам вида (рисунок 1):

$$i = (\partial i / \partial y)y, \text{ при } y \in (0, h/2), \quad i = (\partial i / \partial y)0,5h - (\partial i / \partial y)y, \quad y \in (h/2, h);$$

2) в трехмерном поле для кусочно-постоянной аппроксимации токов по координатам.

В разработанном методе, вторичные источники разделены на два типа. С помощью вторичных источников типа “s” учитывается искажение поля в данной области, вносимое границей раздела сред. С помощью t-источников учитывается влияние на рассматриваемую область пространства источников поля, расположенных в соседней области. Граничные условия для вторичных источников поля получены при помощи метода зеркальных изображений. Для s-источников, принадлежащих p-области пространства и размещенных на границе раздела с l-областью они выглядят следующим образом:

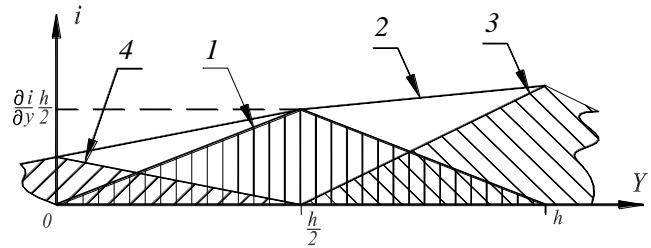


Рисунок 1 – Кусочно-линейная аппроксимация контурных токов от координат. 1 – эпюра токов в пределах i-й площадки. 2 – результирующая эпюра. 3, 4 – Распределение токов соседних площадок

$$\sum_{i=1}^{n_p} H_{\tau}(s_i) = -\frac{\mu_p - \mu_l}{\mu_l + \mu_p} \left(\sum_{i=1}^{m_p} H_{\tau}(f_i) + \sum_{\substack{j=1 \\ \text{при } j \neq p}}^{l_p} \sum_{i=1}^{n_j} H_{\tau}(s_{ij}, t_{ij}) \right), \quad (2)$$

$$\sum_{i=1}^{n_p} H_n(s_i) = \frac{\mu_p - \mu_l}{\mu_l + \mu_p} \left(\sum_{i=1}^{m_p} H_n(f_i) + \sum_{\substack{j=1 \\ n \text{ и } j \neq p}}^{l_p} \sum_{i=1}^{n_j} H_n(s_{ij}, t_{ij}) \right), \quad (3)$$

где H_τ, H_n – касательные и нормальные к рассматриваемому участку границы раздела “ p - l ” сред компоненты вектора \mathbf{H} , p – рассматриваемая область, m_p – число первичных источников поля p -области, l_p – число соседних областей с p -областью, n_p – число вторичных источников поля на границе раздела “ p - l ” сред, n_j – число вторичных источников поля на границе раздела “ p - j ” сред. Аналогично выглядят граничные условия для вторичных источников типа “ t ”, принадлежащих l -области и размещенных на границе раздела с p -областью:

$$\sum_{j=1}^{n_p} H_\tau(t_p)_j = \frac{2\mu_p}{\mu_l + \mu_p} \left(\sum_{i=1}^{m_p} H_\tau(f_p)_i + \sum_{\substack{j=1 \\ n \text{ и } j \neq p}}^{l_p} \sum_{i=1}^{n_j} H_\tau(s_{ij}, t_{ij}) \right), \quad (4)$$

$$\sum_{j=1}^{n_p} H_n(t_p)_j = \frac{2\mu_p}{\mu_l + \mu_p} \left(\sum_{i=1}^{m_p} H_n(f_p)_i + \sum_{\substack{j=1 \\ n \text{ и } j \neq p}}^{l_p} \sum_{i=1}^{n_j} H_n(s_{ij}, t_{ij}) \right). \quad (5)$$

Алгоритм расчёта модифицированным МЭЗ заключается в следующем:

- 1) задаются первичные источники поля, т.е. положение проводников в пространстве и протекающие по ним токи; напряжённость МП, создаваемого проводником с током, определяется по закону Био-Савара-Лапласа;
- 2) вдоль границ раздела размещаются эквивалентные площадки, поле площадок определяется выражениями вида: $\mathbf{H} = f(x, y, z, i, \partial^2 i / \partial x \partial y)$;
- 3) интенсивность поля эквивалентных площадок находится из граничных условий (2)-(5) над геометрическими центрами площадок;
- 4) в итоге, поле определяется как суперпозиция полей всех источников, принадлежащих данной области.

В п. 2.6 работы приведены результаты тестирования методики в плоскопараллельном поле. Полученные результаты сравнивались с аналитическим решением МЗИ [5]. Относительная погрешность не превысила 3 %.

В п. 2.7 диссертации приведено описание метода расчета переменного МП, основанного на выполненной модификации МЭЗ и предназначенного для проведения радио- и электротехнических

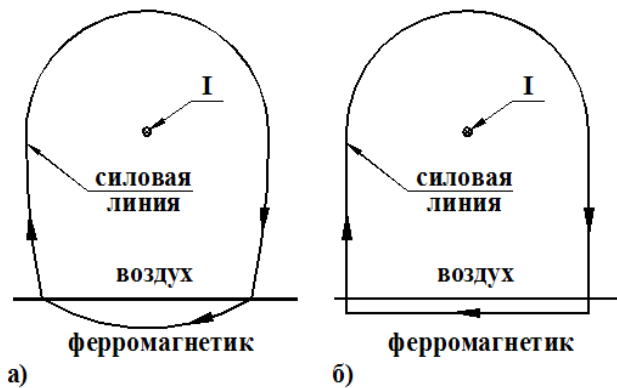


Рисунок 2 – Примерный вид силовой линии МП.

- а) стационарное МП (учет полных граничных условий – базовая методика расчета МП);
- б) квазистационарное МП (неполные граничные условия – экономичная методика расчета МП)

расчетов в ближней зоне. Изменения в алгоритме коснулись граничных условий и силовой характеристики эквивалентной площадки. Предполагалось:

1. Магнитная проницаемость неферромагнетиков слабо отличается от единицы, потому наличие таких объектов не учитывалось, если это не проводники с током, а интенсивность вторичных источников находилась из упрощенных граничных условий (см. рисунок 2,б): $H_\tau = 0$.

2. При получении силовой характеристики эквивалентной площадки было принято, что силовые линии МП в ферромагнетике параллельны поверхности раздела (рисунок 2,б). Соответственно ток в контуре, плоскость которого параллельна границе раздела сред, равен нулю, а силовая характеристика эквивалентной площадки (1) примет вид: $\mathbf{H} = \mathbf{H}(\mathbf{n}_x) + \mathbf{H}(\mathbf{n}_y)$.

Приведены результаты тестирования методики в плоскопараллельном поле. Полученные результаты сравнивались с результатами, полученными МЗИ в [5]. Относительная погрешность не превысила 10 %. Здесь же приведены результаты исследования влияния вида аппроксимации контурных токов в пределах площадки (кусочно-линейная и кусочно-постоянная) на точность расчета. Анализ не выявил кардинальных преимуществ какой-то одной из них.

В третьей главе описан разработанный в диссертации оригинальный модифицированный МЗИ, на основе которого рассчитывается ЭМП элемента тока расположенного над границей раздела сред с заданными электрическими и магнитными характеристиками. При формулировании основных положений метода показана неприменимость геометрических построений, принятых в стандартном МЗИ для расчета переменных ЭМП.

В п. 3.1 получены уравнения «отражения – преломления» для сферической горизонтально поляризованной волны (см. рисунок 3):

$$\gamma_2 r_3 = \gamma_1 r_1; \quad (6)$$

$$\sin \varphi / \sin \varphi_3 = \gamma_2 / \gamma_1; \quad (7)$$

$$E_\Theta(i_{y2}) = \frac{W_2 \cos \varphi - W_1 \cos \varphi_3}{W_2 \cos \varphi + W_1 \cos \varphi_3} E_\Theta(i_{y1}), \quad \dot{E}_\Theta(i_{y3}) = \frac{2W_2 \cos \varphi}{W_2 \cos \varphi + W_1 \cos \varphi_3} \dot{E}_\Theta(i_{y1}), \quad (7)$$

где $W_1 = \sqrt{\mu_{a1} / \tilde{\epsilon}_{a1}}$ и $W_2 = \sqrt{\mu_{a2} / \tilde{\epsilon}_{a2}}$ – волновые сопротивления сред. Из (8) следует, что

$$i_{y2} = \frac{W_2 \cos \varphi - W_1 \cos \varphi_3}{W_2 \cos \varphi + W_1 \cos \varphi_3} i_{y1}; \quad i_{y3} = \frac{2W_1 \cos \varphi}{W_2 \cos \varphi + W_1 \cos \varphi_3} \frac{\gamma_1^2}{\gamma_2^2} i_{y1}. \quad (8)$$

Как видно, зависимости (7) и (8) полностью совпадают с законами Снеллиуса и формулами Френеля. Далее в работе приводятся результаты тестового расчета.

В п. 3.2 получены зависимости для сферической вертикально-поляризованной волны (рисунок 4):

$$\sin \alpha / \sin \alpha_3 = (\tilde{\epsilon}_{a2} / \tilde{\epsilon}_{a1}) (\dot{W}_{\Sigma 2} / \dot{W}_{\Sigma 1}); \quad (9)$$

$$\dot{E}(i_{x2}) = -\frac{\dot{W}_{\Sigma 1} \cos \alpha - \dot{W}_{\Sigma 2} \cos \alpha_3}{\dot{W}_{\Sigma 1} \cos \alpha + \dot{W}_{\Sigma 2} \cos \alpha_3} \dot{E}(i_{x1}); \quad \dot{E}(i_{x3}) = \frac{2\dot{W}_{\Sigma 2} \cos \alpha}{\dot{W}_{\Sigma 1} \cos \alpha + \dot{W}_{\Sigma 2} \cos \alpha_3} \dot{E}(i_{x1}), \quad (10)$$

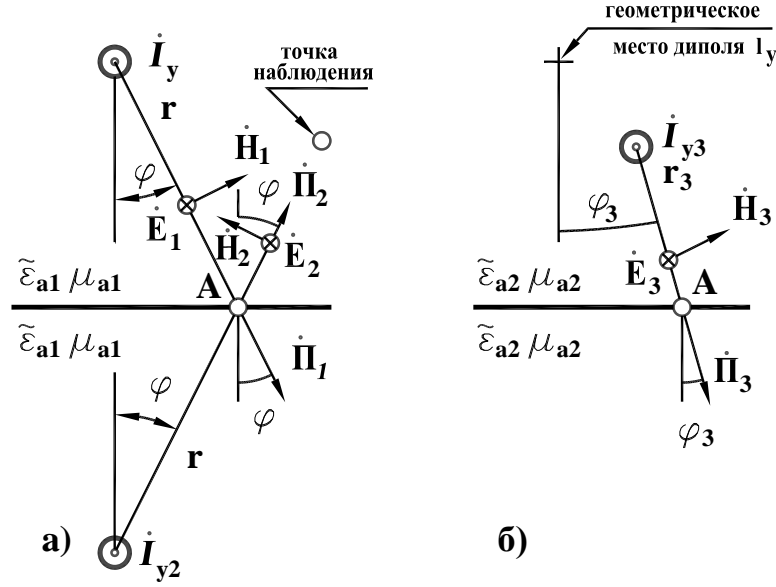


Рисунок 3 – Горизонтально поляризованная волна:
а) верхнее полупространство, б) нижнее полупространство

где $\dot{W}_{\Sigma 1} = \frac{\sqrt{4\text{ctg}^2\Theta(1+i\gamma_1 r_1)^2 + (1+i\gamma_1 r_1 - \gamma_1^2 r_1^2)^2}}{i\omega\tilde{\epsilon}_{a1}r_1(1+i\gamma_1 r_1)}$, $\dot{W}_{\Sigma 2} = \frac{\sqrt{4\text{ctg}^2\Theta_3(1+i\gamma_1 r_1)^2 + (1+i\gamma_1 r_1 - \gamma_1^2 r_1^2)^2}}{i\omega\tilde{\epsilon}_{a2}r_1(1+i\gamma_1 r_1)}$ –

соотношения между электрической и магнитной компонентами поля соответственно верхнего и нижнего полупространства, r_3 – находится согласно (2). Из (11) следует что

$$\dot{i}_{x2} = -\frac{\dot{W}_{\Sigma 1} \cos\alpha - \dot{W}_{\Sigma 2} \cos\alpha_3}{\dot{W}_{\Sigma 1} \cos\alpha + \dot{W}_{\Sigma 2} \cos\alpha_3} \dot{i}_{x1}; \quad \dot{i}_{x3} = \frac{2\dot{W}_{\Sigma 1} \cos\alpha}{\dot{W}_{\Sigma 1} \cos\alpha + \dot{W}_{\Sigma 2} \cos\alpha_3} \frac{\sin\Theta}{\sin\Theta_3} \frac{\gamma_1^2}{\gamma_2^2} \dot{i}_{z1}, \quad (11)$$

Из (6) легко найти: $\gamma_1 \cos\Theta = \gamma_2 \cos\Theta_3$.

Множитель $\dot{W}_{\Sigma 2}/\dot{W}_{\Sigma 1}$ в (10) следует трактовать как коэффициент, вносящий поправку в закон Снеллиуса на сферичность волны. Отметим, что в дальней зоне соотношение между электрической и магнитной компонентами поля W_{Σ} становится равным волновому сопротивлению среды $\sqrt{\mu_a/\tilde{\epsilon}_a}$ и, как следствие из (10), получим второй закон Снеллиуса:

$$\sin\alpha/\sin\alpha_3 = \gamma_2/\gamma_1, \quad (12)$$

а зависимости (11) становятся тождественными формулам Френеля для вертикально-поляризованной волны.

В п. 3.3 работы исследуется ЭМП на оси симметрии полеобразующей системы. Показана сходимость зависимостей полученных для горизонтально-поляризованной и вертикально-поляризованной волн на оси симметрии системы. Получены формулы для расчета тока проводимости, возникающего в проводнике с током при его взаимодействия с границей раздела.

В п. 3.5 представлено решение для случая ЭМП, созданного элементом то-

ка, ориентированного нормально к плоскости раздела сред (см. рисунок 5). Показано, что здесь также выполняется равенство фаз (2) и соотношения между

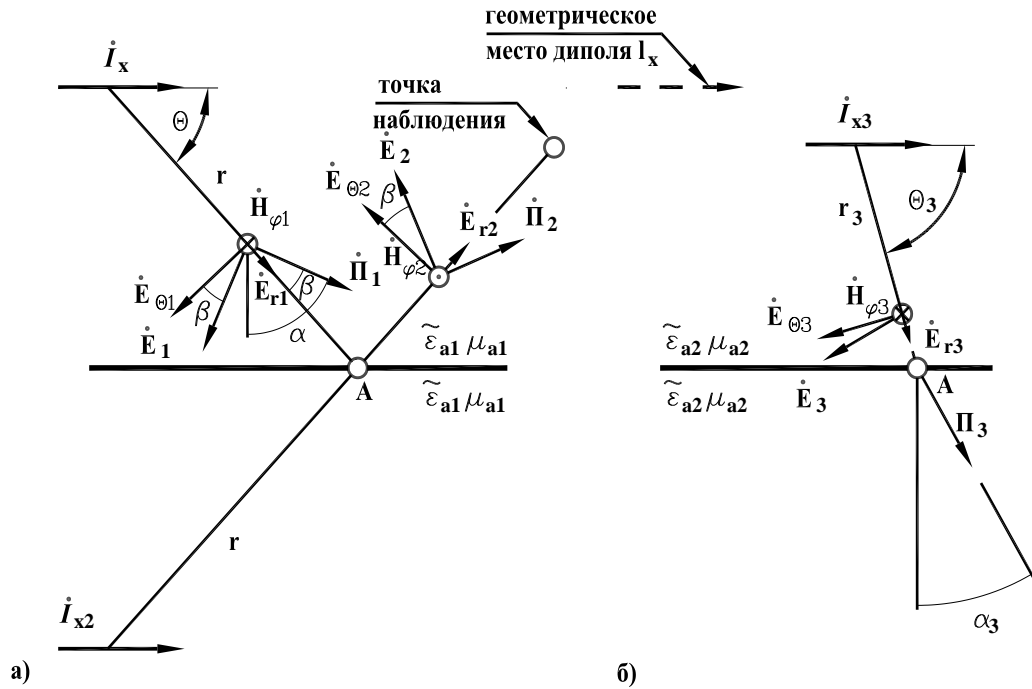


Рисунок 4 – Решение для случая вертикально поляризованной волны
а) верхнее полупространство, б) нижнее полупространство

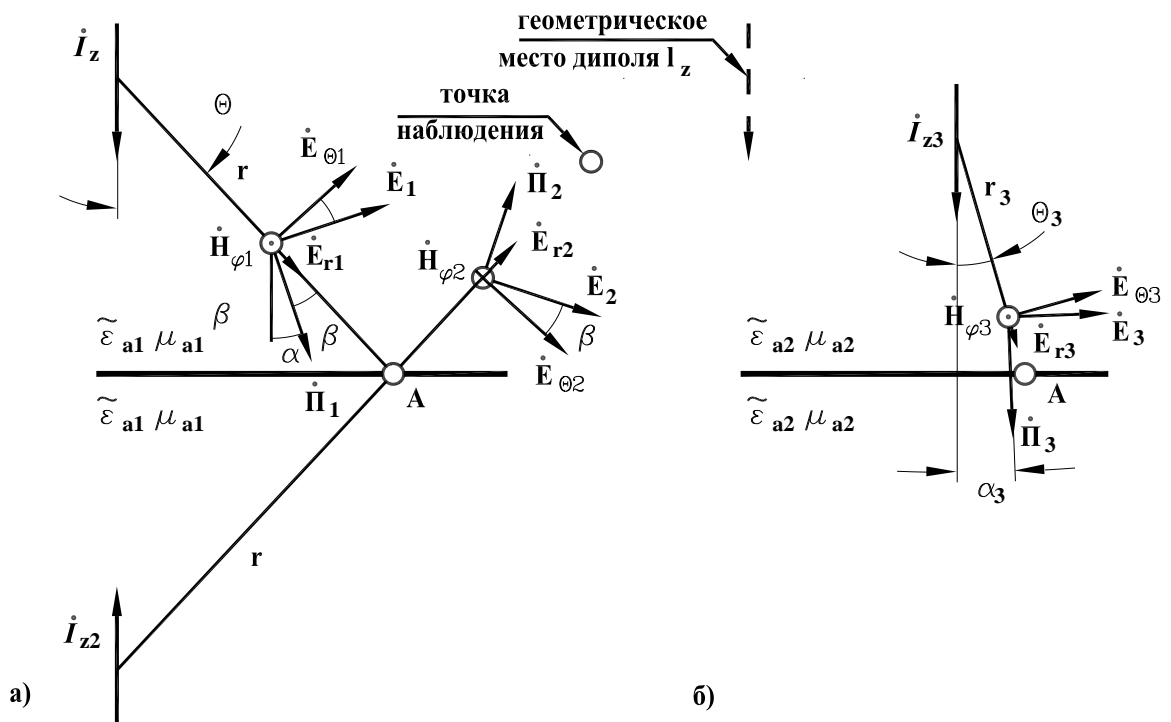


Рисунок 5 – Решение для случая диполя расположенного нормально к границе раздела сред. а) верхнее полупространство, б) нижнее полупространство

понент внешнего поля \dot{E}_τ и поля тока \dot{E}_Θ на поверхности проводника:

$$\dot{E}_\tau = \dot{E}_\Theta, \quad \dot{I}_{np} = \dot{E}_\tau \frac{i\omega\tilde{\epsilon}_{a1}4\pi r_{np}^3}{e^{-i\gamma_1 r_{np}} l(1 + i\gamma_1 r_{np} - \gamma_1^2 r_{np}^2)},$$

где r_{np} – радиус проводника. На рисунке 6, б приведен результат расчета диаграммы направленности антенны.

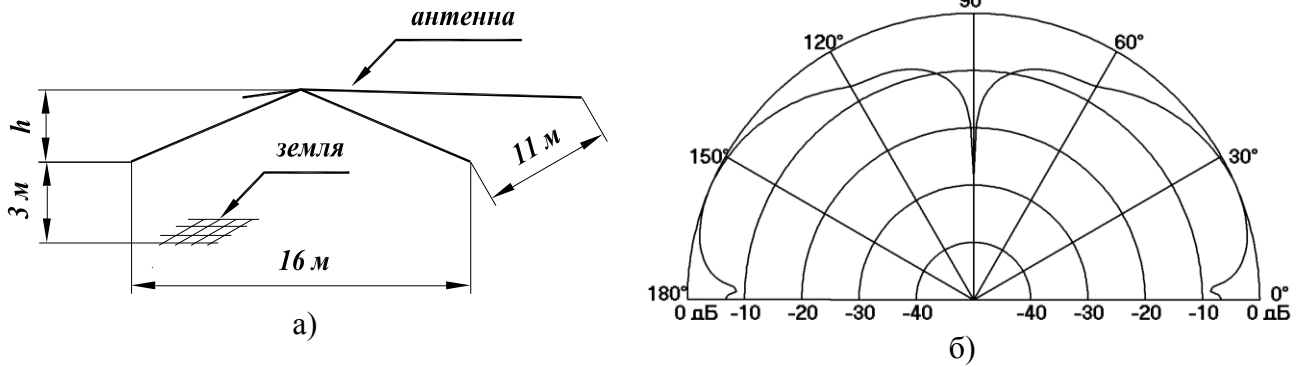


Рисунок 6 – а) геометрия антенной системы, частота ЭМП 15 МГц; б) диаграмма направленности антенны в вертикальной плоскости при $h = 3$ м

В п. 3.8 приведено решение задачи расчета ЭМП при ненулевом потенциале проводника (см. рисунок 7). Доказана справедливость геометрических соотношений (2), (13) и получены выражения для зарядов:

$$\dot{q}_2 = \frac{\tilde{\epsilon}_{a1}\gamma_1 \cos\alpha - \tilde{\epsilon}_{a2}\gamma_2 \cos\alpha_3}{\tilde{\epsilon}_{a1}\gamma_1 \cos\alpha + \tilde{\epsilon}_{a2}\gamma_2 \cos\alpha_3} \dot{q}_1, \quad \dot{q}_3 = \frac{2\tilde{\epsilon}_{a2}\gamma_2 \cos\alpha}{\tilde{\epsilon}_{a1}\gamma_1 \cos\alpha + \tilde{\epsilon}_{a2}\gamma_2 \cos\alpha_3} \frac{\gamma_1^2}{\gamma_2^2} \dot{q}_1,$$

$$\dot{q}_1 = \frac{4\pi\tilde{\epsilon}_{a1}}{\frac{e^{-i\gamma_1 r_{np}}}{r_{np}} + \frac{\tilde{\epsilon}_{a1}\gamma_1 - \tilde{\epsilon}_{a2}\gamma_2}{\tilde{\epsilon}_{a1}\gamma_1 + \tilde{\epsilon}_{a2}\gamma_2} \frac{e^{-i\gamma_1 2h}}{2h}} \dot{\phi}_{np}.$$

На рисунке 7 приведены результаты тестового расчета. Принято: тонкий проводник находится в воздухе ($\epsilon = 1,000536$, $\mu = 1$, $\gamma_\varnothing = 10^{-18}$ См/м) на высоте 10 м над поверхностью земли ($\epsilon = 1,000536$, $\mu = 1$, $\gamma_\varnothing = 0,01$ См/м). Разность потенциалов между проводом и землей 1 кВ. Частота 15 МГц.

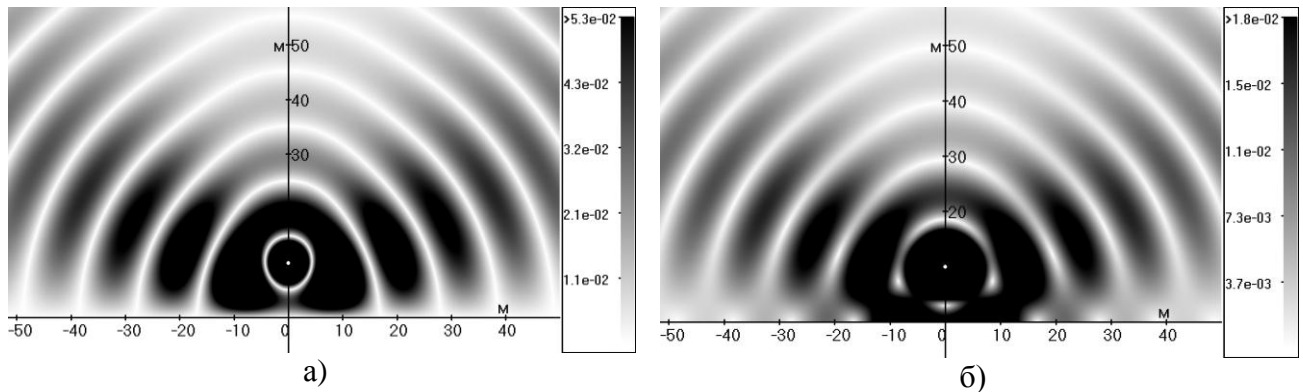


Рисунок 7 – а) распределение потенциалов ЭП, б) мгновенные значения поля $|\dot{E}|$

В главе 4 выполнена адаптация разработанного модифицированного МЗИ для расчета стационарных электрических и магнитных полей с учетом электрических и магнитных свойств реальных физических сред. Исходное предположение состоит в том, что для ЭМП, достаточно медленно изменяющегося с периодом T , при измерении какого-либо параметра этого поля в течение промежутка $t \ll T$, можно считать с необходимой степенью точности поле стационарным, и для его анализа могут быть использованы законы электро- и магнитостатики. Следовательно, используя расчетные схемы и граничные условия, представленные в главе 3, и переходя в соотношениях к мгновенным значениям, полагая при этом $\omega = 0$, получим зависимости для стационарных полей.

С использованием данного подхода в работе получены выражения, определяющие поле элемента постоянного тока:

$$H_\varphi = -(4\pi r^2)^{-1} I_\varphi l \sin\Theta, E_r = (\gamma_\varphi 2\pi r^3)^{-1} I_\varphi l \cos\Theta, E_\Theta = (\gamma_\varphi 4\pi r^3)^{-1} I_\varphi l \sin\Theta.$$

Скалярный потенциал и напряжённость поля заряда определяются как $\varphi = q/4\pi\epsilon_a r$, $E_r = q/4\pi\epsilon_a r^2$. Далее, в соответствии с алгоритмом модифицированного МЗИ, получаем $\text{Re}(\gamma_1/\gamma_2)|_{\omega=0} = \pm\sqrt{\gamma_{\varphi 1}\mu_{a1}/\gamma_{\varphi 2}\mu_{a2}}$ и, в результате, геометрические соотношения для горизонтально-поляризованного поля приобретают вид:

$$r_1/r_3 = \sqrt{\gamma_{\varphi 2}\mu_{a2}/\gamma_{\varphi 1}\mu_{a1}}, \quad \sin\varphi/\sin\varphi_3 = \sqrt{\gamma_{\varphi 2}\mu_{a2}/\gamma_{\varphi 1}\mu_{a1}}, \quad (14)$$

а соотношения между токами:

$$i_2 = \frac{\sqrt{(\mu_{a2}/\epsilon_{a2})} \cos\varphi - \sqrt{(\mu_{a1}/\epsilon_{a1})} \cos\varphi_3}{\sqrt{(\mu_{a2}/\epsilon_{a2})} \cos\varphi + \sqrt{(\mu_{a1}/\epsilon_{a1})} \cos\varphi_3} i_1;$$

$$I_{y3} = \frac{2\sqrt{(\mu_{a1}/\epsilon_{a1})} \cos\varphi}{\sqrt{(\mu_{a2}/\epsilon_{a2})} \cos\varphi + \sqrt{(\mu_{a1}/\epsilon_{a1})} \cos\varphi_3} \frac{\gamma_{\varphi 1}\mu_{a1}}{\gamma_{\varphi 2}\mu_{a2}} I_{y1}.$$

Установлено, что если ток протекает по проводнику, в $\dot{E} = (i\omega\tilde{\epsilon}_a)^{-1} \text{rot} \dot{\mathbf{H}}$ при получении силовой характеристики следует рассматривать параметры материала проводника, а не окружающей среды, т.е

$$\dot{E}_r = \frac{\dot{I}_\varphi e^{-i\gamma r} l \cos\Theta}{i\omega\tilde{\epsilon}_{anp} 2\pi r^3} (1 + i\gamma r) = \frac{\dot{E}_\tau e^{-i\gamma r} V \cos\Theta}{2\pi r^3} (1 + i\gamma r),$$

$$\dot{E}_\Theta = \frac{\dot{I}_\varphi e^{-i\gamma r} l \sin\Theta}{i\omega\tilde{\epsilon}_{anp} 4\pi r^3} (1 + i\gamma r - \gamma^2 r^2) = \frac{\dot{E}_\tau e^{-i\gamma r} V \sin\Theta}{4\pi r^3} (1 + i\gamma r - \gamma^2 r^2),$$

где $\dot{E}_r = \dot{U}$ – напряжение; V – объём проводника. При $\omega = 0$ будем иметь: $E_r = (2\pi r^3)^{-1} E_\tau V \cos\Theta = (\gamma_{\varphi np} 2\pi r^3)^{-1} I_\varphi l \cos\Theta$; $E_\Theta = (4\pi r^3)^{-1} E_\tau V \sin\Theta = (\gamma_{\varphi np} 4\pi r^3)^{-1} \times I_\varphi l \sin\Theta$, что вполне согласуется с классическими представлениями. Соотношение между электрической и магнитной компонентами изменилось:

$$\dot{W}_{\Theta} = - \left[1 + i\gamma r - \gamma^2 r^2 \right] \left[i\omega \tilde{\varepsilon}_{anp} r (1 + i\gamma r) \right],$$

соответственно изменились соотношения между токами (9):

$$\dot{I}_{y2} = \frac{\gamma_2 \cos \varphi - \gamma_1 \cos \varphi_3}{\gamma_2 \cos \varphi + \gamma_1 \cos \varphi_3} \dot{I}_{y1}; \quad \dot{I}_3 = \frac{2\gamma_1 \cos \varphi}{\gamma_2 \cos \varphi + \gamma_1 \cos \varphi_3} \frac{\gamma_1^2}{\gamma_2^2} \dot{I}_1$$

Как следствие, зависимости для стационарного ЭМП примут вид:

$$I_{y2} = \frac{\sqrt{\gamma_{\varepsilon 2} \mu_{a2}} \cos \varphi - \sqrt{\gamma_{\varepsilon 1} \mu_{a1}} \cos \varphi_3}{\sqrt{\gamma_{\varepsilon 2} \mu_{a2}} \cos \varphi + \sqrt{\gamma_{\varepsilon 1} \mu_{a1}} \cos \varphi_3} I_{y1}, \quad I_3 = \frac{2\sqrt{\gamma_{\varepsilon 1} \mu_{a1}} \cos \varphi}{\sqrt{\gamma_{\varepsilon 2} \mu_{a2}} \cos \varphi + \sqrt{\gamma_{\varepsilon 1} \mu_{a1}} \cos \varphi_3} \frac{\gamma_{\varepsilon 1} \mu_{a1}}{\gamma_{\varepsilon 2} \mu_{a2}} I_1.$$

Геометрические соотношения (15) остаются прежними. На рисунке 8 приведены результаты визуализации соответствующего расчета.

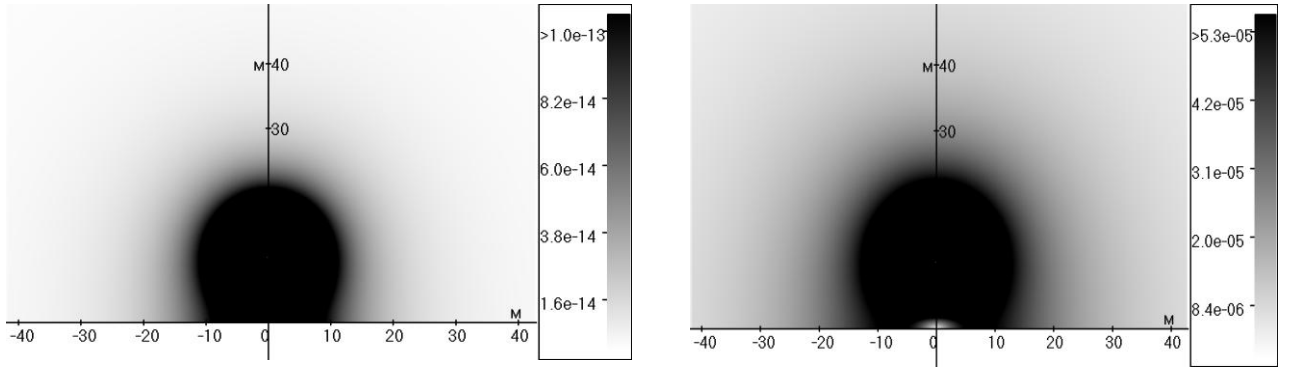


Рисунок 8 – Горизонтально поляризованное поле. Верхнее полупространство – воздух ($\varepsilon = 1,000536$, $\mu = 1$, $\gamma_{\varepsilon} = 10^{-18}$ См/м), нижнее – земля ($\varepsilon = 1,000536$, $\mu = 1$, $\gamma_{\varepsilon} = 10^{-2}$ См/м); ток $I_{y1} = 1$ А течет на высоте 10 м над поверхностью земли: а) $|E|$, б) $|H|$

В п. 4.3 представлено решение для вертикально-поляризованного поля. Получены соотношения между токами при $\omega = 0$ для диполя Герца:

$$I_{x2} = - \frac{\sqrt{\mu_{a1}/\gamma_{a1}} \sqrt{4 \operatorname{ctg}^2 \Theta + 1} \cos \alpha - \sqrt{\mu_{a2}/\gamma_{a2}} \sqrt{4 \operatorname{ctg}^2 \Theta_3 + 1} \cos \alpha_3}{\sqrt{\mu_{a1}/\gamma_{a1}} \sqrt{4 \operatorname{ctg}^2 \Theta + 1} \cos \alpha + \sqrt{\mu_{a2}/\gamma_{a2}} \sqrt{4 \operatorname{ctg}^2 \Theta_3 + 1} \cos \alpha_3} I_{x1}.$$

$$I_{x3} = \frac{\sqrt{\mu_{a1}/\gamma_{\varepsilon 1}} 2\sqrt{4 \operatorname{ctg}^2 \Theta + 1} \cos \alpha}{\sqrt{\mu_{a1}/\gamma_{\varepsilon 1}} \sqrt{4 \operatorname{ctg}^2 \Theta_1 + 1} \cos \alpha + \sqrt{\mu_{a2}/\gamma_{\varepsilon 2}} \sqrt{4 \operatorname{ctg}^2 \Theta_3 + 1} \cos \alpha_3} \frac{\sin \Theta}{\sin \Theta_3} \frac{\gamma_{\varepsilon 1} \mu_{a1}}{\gamma_{\varepsilon 2} \mu_{a2}} I_{x1}$$

и соотношения между компонентами поля: $W_{\Sigma 1} = (\gamma_{\varepsilon 1} r_1)^{-1} \sqrt{4 \operatorname{ctg}^2 \Theta_1 + 1}$, $W_{\Sigma 2} = (\gamma_{\varepsilon 1} r_3)^{-1} \sqrt{4 \operatorname{ctg}^2 \Theta_3 + 1}$. Геометрические соотношения имеют вид:

$$\sin \alpha = \frac{3 \cos \Theta}{\sqrt{4 \operatorname{ctg}^2 \Theta + 1}}; \quad \sin \alpha_3 = \frac{3 \cos \Theta_3}{\sqrt{4 \operatorname{ctg}^2 \Theta_3 + 1}}; \quad \frac{\cos \Theta}{\cos \Theta_3} = \frac{r_1}{r_3} = \sqrt{\frac{\gamma_{\varepsilon 2} \mu_{a2}}{\gamma_{\varepsilon 1} \mu_{a1}}}. \quad (15)$$

При учете электрических и магнитных характеристик материала проводника с током выражения (16) не изменятся. Трансформируются только соотношения между электрической и магнитной компонентами поля и между токами:

$$W_{\Sigma 1} = (\gamma_{\varepsilon np} r_1)^{-1} \sqrt{4 \operatorname{ctg}^2 \Theta_1 + 1}, \quad W_{\Sigma 2} = (\gamma_{\varepsilon np} r_3)^{-1} \sqrt{4 \operatorname{ctg}^2 \Theta_3 + 1};$$

$$I_{x2} = -\frac{\sqrt{\gamma_{\varepsilon 1} \mu_{a1}} \sqrt{4 \operatorname{ctg}^2 \Theta + 1} \cos \alpha - \sqrt{\gamma_{\varepsilon 2} \mu_{a2}} \sqrt{4 \operatorname{ctg}^2 \Theta_3 + 1} \cos \alpha_3}{\sqrt{\gamma_{\varepsilon 1} \mu_{a1}} \sqrt{4 \operatorname{ctg}^2 \Theta + 1} \cos \alpha + \sqrt{\gamma_{\varepsilon 2} \mu_{a2}} \sqrt{4 \operatorname{ctg}^2 \Theta_3 + 1} \cos \alpha_3} I_{x1};$$

$$I_{x3} = \frac{2\sqrt{\gamma_{\varepsilon 1} \mu_{a1}} 2\sqrt{4 \operatorname{ctg}^2 \Theta + 1} \cos \alpha}{\sqrt{\gamma_{\varepsilon 1} \mu_{a1}} \sqrt{4 \operatorname{ctg}^2 \Theta_1 + 1} \cos \alpha + \sqrt{\gamma_{\varepsilon 2} \mu_{a2}} \sqrt{4 \operatorname{ctg}^2 \Theta_3 + 1} \cos \alpha_3} \frac{\sin \Theta}{\sin \Theta_3} \frac{\gamma_{\varepsilon 1} \mu_{a1}}{\gamma_{\varepsilon 2} \mu_{a2}} I_{x1}.$$

Выполненные тестовые расчеты оказались полностью соответствующими результатам, полученным другими авторами для отдельных частных случаев.

В п. 4.4 получены соотношения для вычисления поля, созданного элементом тока, расположенного нормально к границе раздела сред. Они полностью совпали с соотношениями, полученными для вертикально-поляризованной волны, кроме уравнения для вычисления угла Θ_3 : $a \sin^2 \Theta_3 + b \sin \Theta_3 + c = 0$, где $a = 3 + i3\gamma_1 r - \gamma_1^2 r^2$; $b = -(\sin^2 \Theta (3 + i3\gamma_1 r - \gamma_1^2 r^2) - 2(1 + i\gamma_1 r))(\gamma_1 / \gamma_2 \sin \Theta)$; $c = -2(1 + i\gamma_1 r)$. При учете материала проводника эти коэффициенты изменятся:

$$a = 3\gamma_{\varepsilon 2} \sqrt{\gamma_{\varepsilon 2} \mu_{a2}} \sin \Theta, \quad b = -(3 \sin^2 \Theta - 2) \gamma_{\varepsilon 1} \sqrt{\gamma_{\varepsilon 1} \mu_{a1}}, \quad c = -2\gamma_{\varepsilon 2} \sqrt{\gamma_{\varepsilon 2} \mu_{a2}} \sin \Theta.$$

В п. 4.7 получены зависимости для электростатического поля:

$$q_1 = \frac{4\pi \varepsilon_{a1}}{\frac{1}{r_{\text{пр}}} + \frac{\varepsilon_{a1} \sqrt{\gamma_{\varepsilon 1} \mu_{a1}} - \varepsilon_{a2} \sqrt{\gamma_{\varepsilon 2} \mu_{a2}}}{\varepsilon_{a1} \sqrt{\gamma_{\varepsilon 1} \mu_{a1}} + \varepsilon_{a2} \sqrt{\gamma_{\varepsilon 2} \mu_{a2}}} \frac{1}{2h}} \varphi_{\text{пр}}, \quad q_2 = \frac{\varepsilon_{a1} \sqrt{\gamma_{\varepsilon 1} \mu_{a1}} \cos \alpha - \varepsilon_{a2} \sqrt{\gamma_{\varepsilon 2} \mu_{a2}} \cos \alpha_3}{\varepsilon_{a1} \sqrt{\gamma_{\varepsilon 1} \mu_{a1}} \cos \alpha + \varepsilon_{a2} \sqrt{\gamma_{\varepsilon 2} \mu_{a2}} \cos \alpha_3} q_1,$$

$$q_3 = \frac{2\varepsilon_{a2} \sqrt{\gamma_{\varepsilon 2} \mu_{a2}} \cos \alpha}{\varepsilon_{a1} \sqrt{\gamma_{\varepsilon 1} \mu_{a1}} \cos \alpha + \varepsilon_{a2} \sqrt{\gamma_{\varepsilon 2} \mu_{a2}} \cos \alpha_3} \frac{\gamma_{\varepsilon 1} \mu_{a1}}{\gamma_{\varepsilon 2} \mu_{a2}} q_1, \quad \frac{\cos \alpha}{\cos \alpha_3} = \frac{r_1}{r_3} = \sqrt{\frac{\gamma_{\varepsilon 2} \mu_{a2}}{\gamma_{\varepsilon 1} \mu_{a1}}}.$$

Показана сходимость с результатами, получаемыми стандартным МЗИ [5] в случае, если электропроводность и магнитная проницаемость обеих сред одинакова.

Для всех разработанных методов и алгоритмов вычисления поля приведены результаты тестовых расчетов с оценками абсолютной и относительной погрешности.

ОСНОВНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ И ВЫВОДЫ

1. Разработан модифицированный метод эквивалентных зарядов, позволяющий в отличие от известного МЭЗ, рассчитывать стационарные МП и переменные МП в ближней зоне, основанный на использовании трехмерных вторичных источников поля. Предложена методика равномерного распределения таких источников вдоль границ раздела сред и получены соответствующие аналитические интегральные зависимости, что позволило существенно уменьшить время расчета. Предложенные алгоритмы открывают новые возможности по созданию программного обеспечения для расчёта стационарных ЭМП различной конфигурации: плоскопараллельных и трёхмерных, в открытых и закрытых областях. Результаты расчетов сравнивались с полученными методом зеркальных изображений [5]. Относительная погрешность численного расчета не пре-

высила 10 %. Результаты внедрены в учебный процесс в Казанском государственном энергетическом университете.

2. Разработан модифицированный метод зеркальных изображений для обеспечения возможности расчета ЭМП во всем диапазоне частот с учетом электрических и магнитных свойств физических сред, особенностью которой является отсутствие точной геометрической привязки фиктивного тока (заряда), определяющего поле преломленной волны. Получены точные решения для сферической волны разной поляризации, созданной произвольно расположенным по отношению к границе раздела сред отрезком проводника с током в средах с произвольными значениями проводимости, диэлектрической и магнитной проницаемостей. Особенностью решения является то, что оно действительно в диапазоне от 0 Гц до верхней границы радиочастот и учитывает одновременно электрические и магнитные свойства сред. Показана сходимость полученных аналитически соотношений в предельных случаях с формулами Френеля и законами Снеллиуса. Выполнен расчет поля и диаграммы направленности Х-образной антенной системы с наклонными лучами. Предложенный подход расширяет класс задач электродинамики, для которых могут быть получены точные решения.

3. Выполнена адаптация разработанного модифицированного метода зеркальных изображений и получены точные аналитические выражения для расчета стационарных электрических и магнитных полей с учетом электрических и магнитных свойств реальных физических сред. Результаты могут быть полезными в практических приложениях при вычислении ЭМП, создаваемых сложными конфигурациями проводников с током, когда генерируемые ими поля допустимо считать стационарными, например, при решении задач электромагнитной совместимости электрооборудования и элементов электроэнергетических систем. В предельном случае электростатического поля продемонстрировано соответствие полученных аналитических выражений известным формулам стандартного метода зеркальных изображений [5].

Цитируемая литература

1. Бобиков В.Е. Инженерные аспекты применения метода эквивалентных зарядов в расчетах электрических полей высоковольтного оборудования. Автореф. дис. на соиск. учен. степени канд. техн. наук. М.: Изд-во МЭИ, 1984. 16 с.

2. Дьяков А.Ф., Никитин О.А., Максимов Б.К., Верещагин И.П., Белогловский А.А., Бурмистров М.М., Винокуров В.Н. Методики и программа расчета электрических и магнитных полей промышленной частоты вблизи электроэнергетических объектов. Вестник МЭИ. 1997. № 1. С. 91-100.

3. **Дмитриев И.А.**, Килеев А.И. Оценочный расчет магнитных полей промышленной частоты. // Изв. вузов. Проблемы энергетики. 2002. № 1-2, с. 69-77.

4. **Дмитриев И.А.**, Килеев А.И. Расчет переменного электромагнитного поля // Изв. вузов. Проблемы энергетики. 2002. № 7-8. С. 75-80.

5. Бессонов Л.А. Теоретические основы электротехники. М.: Высшая школа, 1973. 752 с.

Основное содержание диссертации опубликовано в следующих работах:

1. **Дмитриев И.А.**, Килеев А.И., Матухин В.Л., Вакатов А.С., Мануйлов Ю.Е., Максимов В.Н., Никонов А.С. Оценка электромагнитной обстановки в электрораспределительных системах. // Изв. Вузов. Проблемы энергетики. 2001. № 11-12. С. 80-86.
2. **Дмитриев И.А.**, Килеев А.И. Оценочный расчет магнитных полей промышленной частоты. // Изв. вузов. Проблемы энергетики. 2002. № 1-2. С. 69-77.
3. **Дмитриев И.А.**, Килеев А.И. Расчет стационарных магнитных полей // Изв. вузов. Проблемы энергетики. 2002. № 5-6. С. 70-77.
4. **Дмитриев И.А.**, Килеев А.И. Расчет переменного электромагнитного поля // Изв. вузов. Проблемы энергетики. 2002. № 7-8. С. 75-80.
5. Белашов В.Ю., **Дмитриев И.А.**, Килеев А.И. Вычисление ЭМ поля, создаваемого линейным участком проводника с переменным током над полупроводящей плоскостью // Изв. вузов. Проблемы энергетики, 2009. № 7-8. С. 82-93.
6. Белашов В.Ю., **Дмитриев И.А.**, Килеев А.И. Точное решение задачи вычисления ЭМ поля линейного переменного тока над полупроводящей плоскостью // Изв. вузов. Проблемы энергетики, 2009. № 9-10. С. 71-81.
7. Белашов В.Ю., **Дмитриев И.А.**, Килеев А.И. Расчет стационарных электромагнитных полей с учетом электрических и магнитных свойств полупроводящих сред // Изв. вузов. Проблемы энергетики, 2010. № 9-10. С. 72-80.
8. Белашов В.Ю., **Дмитриев И.А.**, Килеев А.И. Вычисление ЭМ поля, создаваемого элементом тока, ориентированного нормально к полупроводящей плоскости // Изв. вузов. Проблемы энергетики, 2012. № 11-12. С. 87-93.
9. Белашов В.Ю., **Дмитриев И.А.** Расчет диаграммы направленности антенны над полупроводящей плоскостью модифицированным методом зеркальных изображений // Изв. вузов. Радиофизика, 2013. Т. LVI. № 10. С. 722-729.
10. **Дмитриев И.А.**, Матухин В.Л. Экономичная методика численного расчета мгновенных значений параметров трёхмерных магнитных полей промышленной частоты // Матер. докл. 12-го Межвуз. постоянно действующего научно-техн. семинара научно-исслед. лаборатории им. А.С. Фигурнова, Казань, 17-18 мая 2000 г. Казань: КФВАУ, с. 301.
11. **Дмитриев И.А.**, Килеев А.И., Матухин В.Л. Численная оценка магнитных полей промышленной частоты // Матер. докл. 13-й Всеросс. межвуз. научно-техн. конфер. "Внутрикамерные процессы в энергетических установках, акустика, диагностика, экология", Казань, 15-17 мая 2001 г. Казань: КФВАУ. Т. 2. С. 300.
12. **Дмитриев И.А.**, Килеев А.И. Оценка магнитных полей промышленной частоты // Матер. докл. Российского нац. симп. по энергетике, Казань, 10-14 сентября 2001 г. Казань: КГЭУ, 2001. Т. 5. С. 135-138.
13. **Дмитриев И.А.**, Килеев А.И., Матухин В.Л., Вакатов А.С., Мануйлов Ю.Е., Максимов В.Н., Никонов А.С. Оценка электромагнитной обстановки на энергообъектах // Матер. докл. Российского нац. симп. по энергетике, Казань, 10-14 сентября 2001 г. Казань: КГЭУ, 2001. Т. 3. С. 99-101.
14. **Дмитриев И.А.**, Газеева Е.В., Мануйлов Ю.Е. Электромагнитная обстановка в электрораспределительных системах // Матер. докл. "I форума молодых ученых и специалистов республики Татарстан", Казань, 11-12 декабря 2001 г.

Казань: Мастер Лайн, 2001. С. 97.

15. Дмитриев И.А., Газеева Е.В., Килеев А.И. Методика расчета переменного электромагнитного поля. Матер. докл. “I форума молодых ученых и специалистов республики Татарстан”, Казань, 11-12 декабря, 2001 г. Казань: Мастер Лайн, 2001. С. 87-89.

16. Дмитриев И.А. Численный расчет электромагнитного поля // Матер. докл. “Республиканского конкурса научных работ студентов и аспирантов на соискание премии им. Н.И. Лобачевского”, Казань, 1-2 марта 2002 г. Казань: КГУ, 2002. С. 56-57.

17. Дмитриев И.А., Матухин В.Л. Электромагнитные поля объектов энергетики // Матер. докл. конф. “Проблемы энергетики”, посвященной 80-летию плана ГОЭЛРО и созданию Казанского государственного энергетического университета. Казань: КГЭУ, 2002, с. 115.

18. Дмитриев И.А., Газеева Е.В., Килеев А.И. Универсальный алгоритм расчета переменного электромагнитного поля // Матер. докл. XIV Всеросс. межвуз. научно-техн. конф. “Внутрикамерные процессы в энергетических установках, акустика, диагностика, экология”, Казань, 14-16 мая 2002 г. Казань: КФВАУ, Т. 2, с. 190-193.

19. Дмитриев И.А., Газеева Е.В., Килеев А.И. Решение задачи “провод с переменным током над проводящей плоскостью” методом зеркальных изображений // Матер. докл. XIV Всеросс. межвуз. научно-техн. конф. “Внутрикамерные процессы в энергетических установках, акустика, диагностика, экология”, г. Казань 14-16 мая 2002 г. Казань: КФВАУ, Т. 2. с. 193-196.

20. Дмитриев И.А., Газеева Е.В. Разработка методики и программы расчета переменных электромагнитных полей // Матер. докл. Всеросс. конф. “Студенты и аспиранты – малому наукоемкому бизнесу – 2002”, Барнаул, 2-6 октября 2002 г. Барнаул: АлтГТУ, с. 23-25.

21. Белашов В.Ю., Дмитриев И.А. Расчет стационарных электромагнитных полей в полупроводящих средах // [Электронный ресурс]: сб. докл. III Волжской регион. молод. научн. конф., Филиал КФУ в г. Зеленодольск, 2010 г. Казань: КФУ, с. 18-21.

22. Дмитриев И.А., Белашов В.Ю., Килеев А.И. Вычисление ЭМ поля, создаваемого элементом тока ориентированного нормально к полупроводящей плоскости // Матер. докл. VII Всеросс. научно-техн. конф. с междунар. участием «Приборостроение в XXI веке. Интеграция науки, образования и производства», г. Ижевск, 15-17 ноября 2011 г. Ижевск: ИжГТУ, 2011, с. 140-141.

23. Дмитриев И.А., Белашов В.Ю., Килеев А.И. Поле отрезка провода вблизи границы раздела сред при наличии разности потенциалов // Сб. трудов регион. XVII конф. «Распространение радиоволн», г. С.-Петербург, 2011 г. СПб.: СПбГУ, с. 130-132.

24. Белашов В.Ю., Дмитриев И.А. Точное решение задач вычисления стационарных и нестационарных ЭМ полей с учетом электрических и магнитных свойств полупроводящих сред // Матер. докл. XXIII Всеросс. научн. конф. «Распространение радиоволн», Йошкар-Ола, 22-25 мая 2011 г. Йошкар-Ола: МарГТУ, с. 75-77.